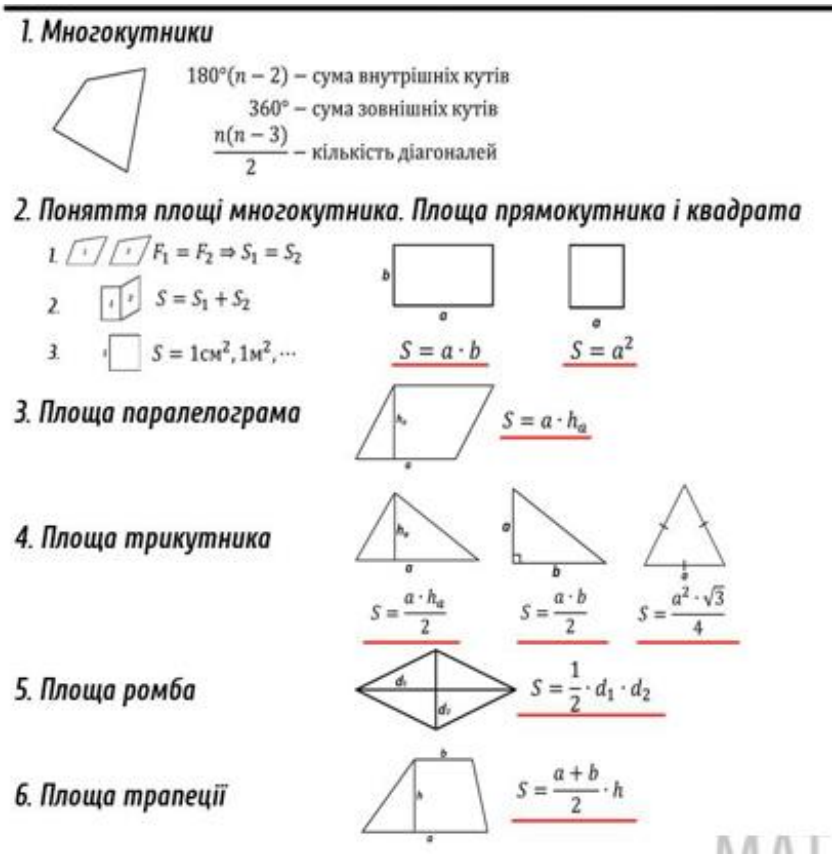
Урок 9
Площа трапеції

Відповіді на домашнє завдання. № 944 9 дм; №948 12 см^2; №953 36 см^2.

Згадай!

- Чому дорівнює площа квадрата? прямокутника? паралелограма? ромба? трикутника? прямокутного трикутника?
- Сторони прямокутника дорівнюють 5 см і 3 см. Яка площа прямокутника?
- Сторона квадрата 11 см, яка його площа?
- Площа квадрата 64 см^2 , яка його сторона?
- Діагоналі ромба дорівнюють 10 см і 6 см, чому дорівнює його площа?
- Площа прямокутника 48 см^2 , одна із його сторін 8 см. Обчисліть його іншу сторону.
- Катети прямокутного трикутника10 см і 18 см. Знайдіть його площу.

Перевір себе!



15 см^2; 121см^2; 8 см; 30 см^2; 6 см; 90 см^2

Задача.
Актова зала школи має форму трапеції з основами 20 м і 10 м та висотою 8 м. Чи вистачить 9 кг фарби, щоб пофарбувати підлогу актової зали, якщо витрати фарби становлять 1 кг/10 м^2?

Що необхідно, щоб розв'язати дану задачу?

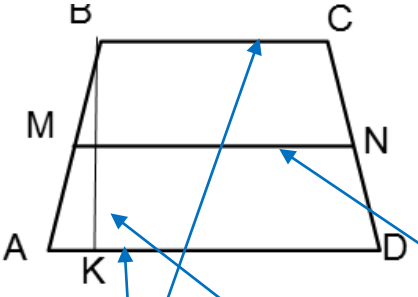
Ми вже знаємо, як знаходити площу квадрата, прямокутника, паралелограма, трикутника, ромба. А зараз виведемо формулу для обчислення ще одного многокутника, а саме трапеції.

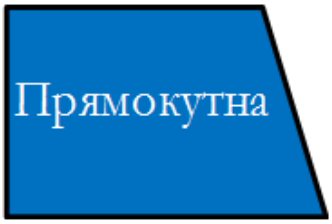
Згадай!

- Що називається трапецією?
- Як називаються сторони трапеції?
- Які види трапецій вам відомі?
- Що відомо про кути трапеції, які прилягають до бічної сторони?
- Що називають середньою лінією трапеції?
- Чому дорівнює середня лінія трапеції?
- Що називають висотою трапеції?

Перевір себе.

Трапеція – чотирикутник, у якого дві сторони паралельні, а дві інші непаралельні.



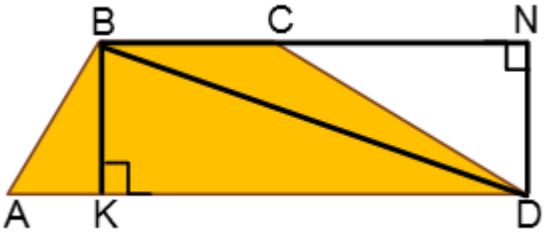


основи

висота

середня лінія

Теорема (про площу трапеції). Площа трапеції дорівнює добутку півсуми її основ на висоту.



Доведення:

Нехай ABCD – довільна трапеція з основами BC і AD, BK- її висота.

Доведемо, що площу трапеції S можна знайти за формулою

Діагональ BD розбиває трапецію на два трикутники ABD і BDC. Тому

$$S = S_{ABD} + S_{BDC}$$

2) BK- висота Δ ABD, тому

$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BK.$$

3) Проведемо у трапеції висоту DN, вона є і висотою Δ BDC, тому

$$S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DN.$$

4) DN=BK (як висоти трапеції). Отже

$$S = S_{ABD} + S_{BDC} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot BK + \frac{1}{2} \cdot BC \cdot DN = \frac{AD+BC}{2} \cdot BK.$$

$$S = \frac{AD+BC}{2} \cdot BK.$$

Теорему доведено.

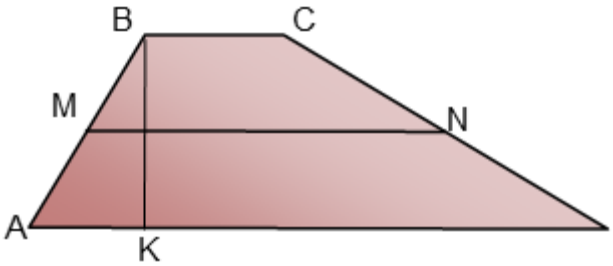
Запам'ятай!

$$\boldsymbol{S = \frac{a+b}{2} \cdot h,}$$

де a і b – основи трапеції, h – її висота.

Наслідок.

Площа трапеції дорівнює добутку її середньої лінії на висоту.



$$S_{ABCD} = MN \cdot BK$$

де MN середня лінія трапеції,

ВК– висота трапеції

Повернемось до задачі

Актова зала школи має форму трапеції з основами 20 м і 10 м та висотою 8 м. Чи вистачить 9 кг фарби, щоб пофарбувати підлогу актової зали, якщо витрати фарби становлять 1 кг/10 м^2?

Розв'язання:

$S=\frac{20+10}{2}\cdot 8 = 120$ м^2

120 : 10 =12 (кг) – фарби потрібно для пофарбування підлоги актової зали

Відповідь. Не вистачить 9 кг фарби для пофарбування підлоги.

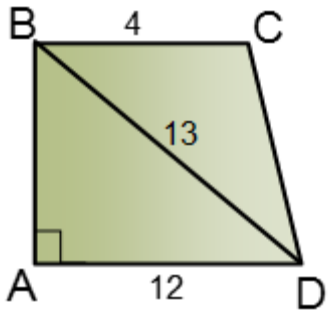
Розв'яжи самостійно

976. Знайдіть площу трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 4 см, а висота – 5 см.

980. Висота трапеції дорівнює 6 см, а її площа – 24 см^2. Знайдіть суму основ трапеції.

Розв'яжемо разом

Більша діагональ прямокутної трапеції дорівнює 13 см, а більша основа – 12 см. Знайдіть площу трапеції, якщо її менша основа дорівнює 4 см.



Розв'язання:

ABCD- прямокутна трапеція , BC ∥ AD, ∠A = 90^0, AB – висота.

$S_{ABCD} = \frac{BC + AD}{2}\cdot AB$.

За умовою BC=4 (см), BD=13 (см), AD=12 (см).

З ΔABD $(\angle A = 90^0)$, *AD=12 (см), BD=13 (см).*

За теоремою Піфагора

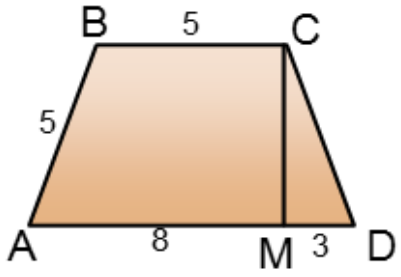
$AB = \sqrt{BD^2 - AD^2}$; $AB = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$ *(см).*

Знайдемо площу трапеції:

$S_{ABCD} = \frac{4+12}{2}\cdot 5 = 40$ (см)^2.

Відповідь: 40 (см)^2.

Знайдіть площу рівнобічної трапеції за малюнком.



Розв'язання:

ABCD – рівнобічна трапеція. BC ∥ AD , AB=CD=5,

CM ⊥ AD, CM – висота трапеції.

AD=AM+MD, AD =8+3=11.

З ΔCMD за теоремою Піфагора знайдемо висоту трапеції:

$CM=\sqrt{CD^2-MD^2}$, $BN=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

Знайдемо площу трапеції:

$$S=\frac{BC+AD}{2}\cdot CM;\ S=\frac{5+11}{2}\cdot 4=16\cdot 2=32\,(\text{од})^2$$

Відповідь: 32 од^2

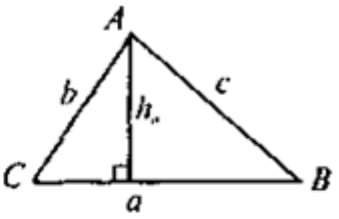
Практичне завдання.

Побудуйте довільну трапецію, проведіть висоту. Виміряйте потрібні відрізки, запишіть їх довжини. Знайдіть площу трапеції.

Домашнє завдання. Опрацюй параграф 26. Запам'ятай формули з опорного конспекту. Розв'яжи задачі №№ 980, 984, 987.

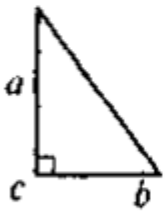
Площа трикутника. Площа трапеції

Якщо в ΔABC: h_a — висота, проведена до сторони a, то $S_{ABC} = \frac{1}{2} a h_a$.



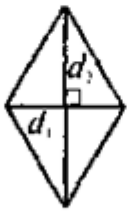
Наслідки

1) Якщо в ΔABC $\angle C = 90°$, то



$S = \frac{ab}{2}$

2) Якщо d_1 і d_2 діагоналі ромба, то

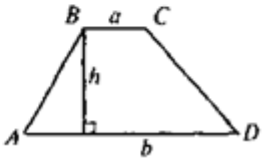
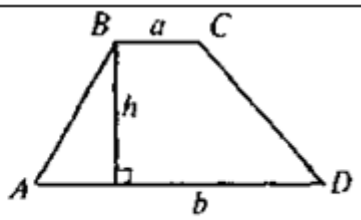


$S = \frac{d_1 d_2}{2}$

3) Якщо трикутник рівносторонній зі стороною a, то

$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Якщо в трапеції $ABCD$ $(BC \parallel AD)$ $BC = a$, $AD = b$, h — висота, то $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$ або $S = MN \cdot h$ (MN — середня лінія)



Якщо в трапеції $ABCD$ $(BC \parallel AD)$ $BC = a$, $AD = b$, h — висота, то $S_{ABCD} = \frac{a+b}{2} \cdot h$ або $S = MN \cdot h$ (MN — середня лінія)